

2014年商・国際文化第4問

 数理  
石井K

4 曲線  $C_1: y = x^3 - 3x$  と,  $C_1$  を  $x$  軸方向に 2 だけ平行移動して得られる曲線  $C_2$  との交点の  $x$  座標は,  
 3  $\frac{\text{ホ}}{\text{ニ}} \pm \sqrt{\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}}$  6 である.

$\int_a^b (x-a)(x-b) dx = \frac{\text{ム}}{\text{モ}} (b-a)^3$  を利用すると,  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる面積は,  $\frac{\text{ヤ}}{\text{ラ}} \sqrt{\frac{\text{ヨ}}{\text{ロ}}}$  9 である.

$$C_2: y = (x-2)^3 - 3(x-2)$$

$$= x^3 - 6x^2 + 9x - 2$$

$$\therefore x^3 - 6x^2 + 9x - 2 - (x^3 - 3x) = 0$$

$$\therefore 6x^2 - 12x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 6 \cdot 2}}{12} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3} //$$

$$\alpha = \frac{3 - \sqrt{6}}{3}, \beta = \frac{3 + \sqrt{6}}{3} \text{ とおくと.}$$

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) - (x^3 - 3x) dx$$

$$= -6 \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx$$

$$= (\beta - \alpha)^3$$

$$= \left( \frac{2\sqrt{6}}{3} \right)^3$$

$$= \frac{16\sqrt{6}}{9} //$$

