

2015年基礎工第1問

1 数列 $\{a_n\}$ を初項 $5\log_2 3$, 公差 $-\frac{1}{2}\log_2 3 - \frac{1}{2}$ の等差数列とする。このとき,

$$(1) a_{10} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\log_2 3 - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad a_{11} = -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = 2^{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定めると, これは初項 $\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}$, 公比 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ の等比数列となる。

(3) 数列 $\{a_n\}$ はある n より先は負となる。 a_n が負となる最初の n は $\boxed{\text{サ}}$ である。

$$(1) a_{10} = 5\log_2 3 + 9\left(-\frac{1}{2}\log_2 3 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\log_2 3 - \frac{9}{2}$$

$$a_{11} = 5\log_2 3 + 10\left(-\frac{1}{2}\log_2 3 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= -5$$

$$(2) a_n = 5\log_2 3 + (n-1)\left(-\frac{1}{2}\log_2 3 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{n-11}{2}\log_2 3 - \frac{n-1}{2}$$

$$\therefore b_n = 2^{a_n} = 3^{-\frac{n-11}{2}} \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}} = 3^5 \cdot 6^{-\frac{n-1}{2}} = 3^5 \cdot \sqrt{6} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^n = 3^5 \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \text{初項 } 243, \text{ 公比 } \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$(3) a_7 = 2\log_2 3 - 3$$

$$= \log_2 9 - \log_2 8$$

$$> 0$$

$$a_8 = \frac{3}{2}\log_2 3 - \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(\log_2 27 - \log_2 2^7)$$

$$< 0$$

$$\therefore n = 8$$