

2017年理(数学科)第4問

4 四面体OABCについて次の問いに答えよ。ただし $\angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{4}$, $\angle COA = \frac{\pi}{3}$ とし, 四面体OABCの体積を V , $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とおく。

(1) 点Bから3点O, A, Cを通る平面に垂線BHを下ろす。このとき,

$$\vec{OH} = x\vec{OA} + y\vec{OC}$$

を満たす実数 x, y を a, b, c を用いて表せ。

(2) V を a, b, c を用いて表せ。

(3) 2点O, Cを固定し, 2点A, Bを $a + b + c = 6$ を満たす範囲で動かすとき, V の最大値を c を用いて表せ。また, そのときの a, b の値を c を用いて表せ。

(4) 点Oを固定し, 3点A, B, Cを $a + b + c = 6$ を満たす範囲で動かすとき, V の最大値を求めよ。また, そのときの a, b, c の値を求めよ。