2014年 神学・経済 第4問

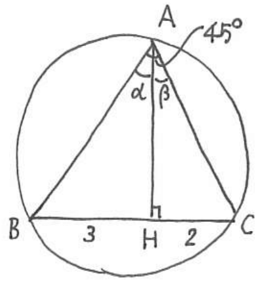
数理 石井K

4 半径 R の円に内接する鋭角三角形ABCの頂点Aから底辺BCに下した垂線の足をHとする．$\angle A = 45^\circ$，$BH = 3$，$CH = 2$ のとき，以下の値を求めよ．

(1) $\tan\angle BAH = \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ 1 / 2

(2) $\cos\angle CAH = \dfrac{\boxed{ハ}\sqrt{\boxed{ヒフ}}}{\boxed{ヘホ}}$ 3, 10 / 10

(3) $R = \dfrac{\boxed{マ}\sqrt{\boxed{ミ}}}{\boxed{ム}}$ 5, 2 / 2



(1) $\angle BAH = \alpha$, $\angle CAH = \beta$, $AH = h$ とおくと．

$\tan\alpha = \dfrac{3}{h}$, $\tan\beta = \dfrac{2}{h}$

$\therefore \tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ より， $\tan 45^\circ = \dfrac{\frac{3}{h} + \frac{2}{h}}{1 - \frac{3}{h}\cdot\frac{2}{h}}$

$\therefore\ 1 - \dfrac{6}{h^2} = \dfrac{5}{h}$

$\therefore\ h^2 - 5h - 6 = 0$ $\therefore (h-6)(h+1) = 0$ $h > 0$ より $h = 6$

$\therefore \tan\angle BAH = \dfrac{3}{6} = \underline{\dfrac{1}{2}}$ //

(2) $AH = 6$ より． $AC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$ $\therefore AC = 2\sqrt{10}$

$\therefore \cos\angle CAH = \dfrac{6}{2\sqrt{10}} = \underline{\dfrac{3\sqrt{10}}{10}}$ //

(3) 正弦定理より．

$\dfrac{5}{\sin 45^\circ} = 2R$ $\therefore\ \underline{R = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}}$ //