

2014年商・国際文化 第1問

 1  $i$  を虚数単位として、 $z = \frac{2-i}{1+i}$  とするとき、以下の式を完成させよ。

$$(1) z = \frac{\boxed{\text{ア}} 1}{\boxed{\text{イ}} 2} - \frac{\boxed{\text{ウ}} 3}{\boxed{\text{イ}} 2} i$$

$$(2) \frac{1}{z} = -\frac{\boxed{\text{エ}} 2}{\boxed{\text{オ}} 5} z + \frac{\boxed{\text{カ}} 2}{\boxed{\text{オ}} 5}$$

$$(3) z^4 = -\frac{\boxed{\text{キ}}}{4} z + \frac{\boxed{\text{クケ}} 15}{\boxed{\text{コ}} 4}$$

$$(1) z = \frac{(2-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2-3i-1}{1+1} = \frac{1-3i}{2} //$$

$$(2) \frac{1}{z} = \frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+3i-1}{4+1} = \frac{1+3i}{5} //$$

$$\therefore 2z + \frac{5}{z} = 2 \quad \therefore \frac{1}{z} = -\frac{2}{5}z + \frac{2}{5} //$$

(3) (1)より、 $2z-1 = -3i$  両辺を2乗して

$$4z^2 - 4z + 1 = -9$$

$$\therefore z^2 = z - \frac{5}{2}$$

$$\therefore z^4 = z^2 - 5z + \frac{25}{4}$$

$$= z - \frac{5}{2} - 5z + \frac{25}{4}$$

$$= -4z + \frac{15}{4} //$$