

2015年神学・経済第1問


 数理
石井K

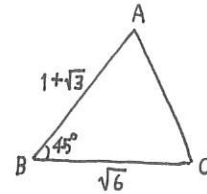
1 三角形ABCの面積を S 、内接円の半径を r とする。AB = $1 + \sqrt{3}$ 、BC = $\sqrt{6}$ 、 $\angle ABC = 45^\circ$ のとき、以下の値を求めよ。

(1) AC = $\boxed{\text{ア}}$ ² ₆₀

(2) $\angle BAC = \boxed{\text{イウ}}^\circ$

(3) $S = \frac{3 + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ ₂ ³

(4) $r = \frac{1}{2} \left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{1} + \sqrt{\frac{\boxed{\text{キ}}}{3}} - \sqrt{\frac{\boxed{\text{ク}}}{2}} \right)$



(1) 余弦定理より、 $AC^2 = (1 + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2(1 + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} \cdot \cos 45^\circ$

$\therefore AC = 2$ //

(2) 余弦定理より、

$$\cos \angle BAC = \frac{(1 + \sqrt{3})^2 + 2^2 - (\sqrt{6})^2}{2(1 + \sqrt{3}) \cdot 2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{4(1 + \sqrt{3})} = \frac{1}{2} \quad \therefore \angle BAC = 60^\circ //$$

(3) $S = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} \cdot \sin 45^\circ$
 $= \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ //

(4) $S = \frac{1}{2} r (1 + \sqrt{3} + \sqrt{6} + 2)$ と (3) より、

$$\frac{1}{2} r (3 + \sqrt{3} + \sqrt{6}) = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore r(\sqrt{3} + 1 + \sqrt{2}) = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore r = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{3}) \{ (1 + \sqrt{3}) - \sqrt{2} \}}{\{ (1 + \sqrt{3}) + \sqrt{2} \} \{ (1 + \sqrt{3}) - \sqrt{2} \}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})^2 - 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^2 - \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{2(\sqrt{3} + 1)}$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2})$$

$$= \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}) //$$