西南学院大学

2014年文・法第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 以下の問に答えよ.

(1) 直線 $y=5x$ と $y=ax$ が 45° で交わるとき，$a=\dfrac{\boxed{ナ}\ 2}{\boxed{ニ}\ 3}$ または $a=\dfrac{\boxed{ヌネ}\ -3}{\boxed{ノ}\ 2}$ である.

(2) $x^2-6x+4=0$ の2つの解が $\tan\alpha$ と $\tan\beta$ のとき，$\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{\pm 2\ \boxed{ハヒ}\sqrt{\boxed{フ}}\ 5}{\boxed{ヘ}\ 5}$ である.

(3) $-\pi \leqq x \leqq \pi$ とする. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)-\sin x$ は，$x=\dfrac{-\ \boxed{ホ}\,\pi}{\boxed{マ}\ 4}$ のとき，最大値 $\sqrt{\boxed{ミ}}$ 2 をとる.

(1) $y=5x$ が x 軸の正の向きとなす角を α とすると，$\tan\alpha=5$

$y=ax$ が 〃 β とすると，$\tan\beta=a$

いま，$\alpha-\beta=\pm 45^\circ$ である.

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$ に代入して，$\pm 1=\dfrac{5-a}{1+5a}$

これを解いて，$a=\dfrac{2}{3}$ または，$a=-\dfrac{3}{2}$ 〃

(2) 解と係数の関係より，$\tan\alpha+\tan\beta=6$，$\tan\alpha\cdot\tan\beta=4$

$\therefore \tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{6}{1-4}=-2$

$\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より $\cos^2(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{5}$ $\quad\therefore \sin^2(\alpha+\beta)=\dfrac{4}{5}$

$\therefore \sin(\alpha+\beta)=\dfrac{\pm 2\sqrt{5}}{5}$ 〃

(3) (与式) $=\cos x-\sin x$

$=-\sqrt{2}\left(\sin x\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\cos x\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=-\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$-\pi\leqq x\leqq\pi$ より，$-\dfrac{5}{4}\pi\leqq x-\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{3}{4}\pi$

$\therefore x-\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\pi}{2}$ すなわち $x=-\dfrac{\pi}{4}$ のとき，最大値 $\sqrt{2}$ をとる 〃