0002218271877999

西南学院大学

2016年 神学・経済 第2問

数理 石井K

2 x の方程式 $4^x + 2^{x+1} - k = 0$ が，

$0 \leqq x \leqq 1$ に解をもつのは $\boxed{\text{イ}}$ (3) $\leqq k \leqq$ $\boxed{\text{ウ}}$ (8) のときであり，

また $k = \dfrac{21}{4}$ のときの解は $x = \log_2 \boxed{\text{エ}}$ (3) -1 である．

$t = 2^x$ とおくと $t > 0$ であり，方程式は

$t^2 + 2t - k = 0$ …(*)

となる．

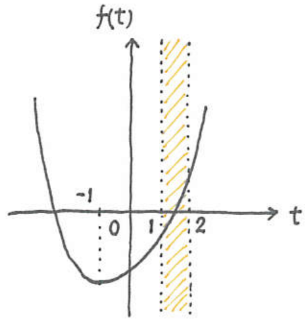
$0 \leqq x \leqq 1 \iff 1 \leqq t \leqq 2$

であるから，

(*) が $1 \leqq t \leqq 2$ に解をもてばよい

$f(t) = t^2 + 2t - k$ とおくと，

$f(t) = (t+1)^2 - 1 - k$



$\therefore f(1) \leqq 0$ かつ $f(2) \geqq 0$

$\therefore 3 - k \leqq 0$ かつ $8 - k \geqq 0$

$\therefore \underline{3 \leqq k \leqq 8}$ //

(*) に $k = \dfrac{21}{4}$ を代入して，

$t^2 + 2t - \dfrac{21}{4} = 0$

$\therefore t = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+21}}{2}$

$= \dfrac{-2 \pm 5}{2}$

$= -\dfrac{7}{2}, \dfrac{3}{2}$

$t > 0$ より，$t = \dfrac{3}{2}$

$\therefore 2^x = \dfrac{3}{2}$

$x = \log_2 \dfrac{3}{2}$

$= \underline{\log_2 3 - 1}$ //