0001814725818999

東北工業大学

2011年 工・ライフデザイン 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 三角形ABCがあり，各辺の長さは $BC=2\sqrt{13}$，$CA=2\sqrt{10}$，$AB=2\sqrt{5}$ である．このとき，

(1) $\cos A=\dfrac{\sqrt{\boxed{2}}}{10}$ である．

(2) 三角形ABCの面積は $\boxed{14}$ である．

(3) 頂点Aから辺BCに垂線を引き，この垂線と辺BCの交点をDとする．$\angle BAD=\theta$ とすれば，$\sin\theta=\dfrac{\boxed{4}\sqrt{65}}{65}$ である．

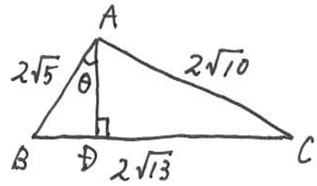
(4) 辺BCの中点をEとすれば，線分AEの長さは $\sqrt{\boxed{17}}$ である．

(5) $\angle BAC$ の二等分線と辺BCの交点をFとする．このとき，線分CFの長さは $4\sqrt{13}-2\sqrt{\boxed{26}}$ である．

(1) 余弦定理より

$$(2\sqrt{13})^2=(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{10})^2-2\cdot2\sqrt{5}\cdot2\sqrt{10}\cdot\cos A$$

$$\therefore \cos A=\frac{20+40-52}{40\sqrt{2}}=\underline{\frac{\sqrt{2}}{10}}\ //$$



(2) (1)より $\sin^2A=1-\cos^2A$

$$=\frac{49}{50}\qquad \sin A>0 \text{ より } \sin A=\frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{5}\cdot2\sqrt{10}\cdot\frac{7}{5\sqrt{2}}=\underline{14}\ //$$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{13}\cdot AD=\sqrt{13}AD$ $\quad\therefore$ (2)より $\sqrt{13}AD=14$ $\quad\therefore AD=\dfrac{14}{\sqrt{13}}$

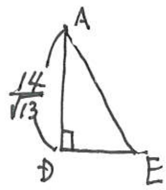
$\therefore \sin\theta=\dfrac{BD}{2\sqrt{5}}$ 　三平方の定理より $BD^2+AD^2=(2\sqrt{5})^2$

$$\therefore BD^2=\frac{64}{13}\quad \therefore BD=\frac{8}{\sqrt{13}}\quad \therefore \sin\theta=\frac{8}{\sqrt{13}}\times\frac{1}{2\sqrt{5}}=\underline{\frac{4\sqrt{65}}{65}}\ //$$

(4) $DE=\sqrt{13}-\dfrac{8}{\sqrt{13}}=\dfrac{5}{\sqrt{13}}$

$\therefore$ 右の図と三平方の定理より $AE^2=\left(\dfrac{5}{\sqrt{13}}\right)^2+\left(\dfrac{14}{\sqrt{13}}\right)^2=\dfrac{221}{13}$

$\therefore \underline{AE=\sqrt{17}}\ //$



(5) $BF:FC=2\sqrt{5}:2\sqrt{10}=1:\sqrt{2}$

$$\therefore CF=2\sqrt{13}\cdot\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\underline{4\sqrt{13}-2\sqrt{26}}\ //$$