

2013年人間科学学部(文系)第3問

3 1辺の長さが1の正方形ABCDにおいて、図のように $AW = BX = CY = DZ$ となる点 W, X, Y, Z をとる。四角形 $WXYZ$ に内接する円を C_0 とし、 $\triangle AWZ, \triangle BXW, \triangle CYX, \triangle DZY$ に内接する円をそれぞれ C_1, C_2, C_3, C_4 とする。 $AW = x, ZW = a$ とおくと

$$a^2 = \boxed{\text{セ}} x^2 + \boxed{\text{ソ}} x + 1 \quad (0 < x < 1)$$

となる。円 C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 の面積の総和を S とすると

$$S = \frac{\pi}{4} (\boxed{\text{タ}} a^2 + \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}})$$

となり、 $a = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき、 S は最小値 $\frac{\pi}{\boxed{\text{ナ}}}$ をとる。

