0002353726467999

ノートルダム清心女子大学

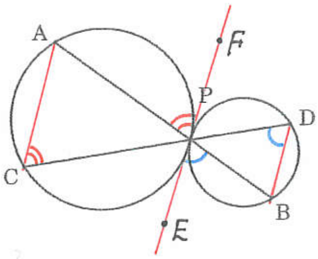
2016年 文系 第3問　　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{3}$ 次の設問 (1), (2), (3) の中から 1 つだけ選択して答えなさい.

(1) 数直線上を動く点 P が原点の位置にある. 1 枚の硬貨を投げて, 表が出たときは P を正の向きに 5 だけ進め, 裏が出たときは P を負の向きに 4 だけ進める. 硬貨を 9 回投げ終わったとき, P が原点に戻っている確率を求めなさい. また, 同じく硬貨を 9 回投げ終わったとき, P が原点から最も遠くに離れている確率を求めなさい. ただし, 硬貨の表と裏の出る確率は等しいとします.

(2) 点 P で外接する 2 つの円がある. P を通る 2 本の直線が 2 つの円と図のようにそれぞれ A, B および C, D で交わるとき, AC // DB となることを証明しなさい.



(3) n を自然数とするとき, 対偶を用いて次の命題を証明しなさい.

(i) n^2+1 が奇数ならば n は偶数である.

(ii) $n^5+36n+1$ が偶数ならば n は奇数である.

(1) 表が n 回, 裏が $9-n$ 回出たときの位置は. $5n-4(9-n)=9n-36$

∴ 原点に戻るとき. $9n-36=0$ ∴ $n=4$

∴ 原点に戻る確率は. $\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot {}_9C_4=\frac{126}{512}=\underline{\frac{63}{256}}$ //

原点から最も遠くに離れるのは. 表が 9 回出るときなので. $\left(\frac{1}{2}\right)^9=\underline{\frac{1}{512}}$ //

(2) 図のように. 2つの円の共通接線 EF を引く.

接弦定理より. $\angle ACP=\angle APF$ …①

同様に. $\angle BDP=\angle BPE$ …②

対頂角であるから. $\angle APF=\angle BPE$ …③

①～③より. $\angle ACP=\angle BDP$

∴ 錯角が等しいので, AC // DB ▨

2枚目へつづく

0002353726467999

ノートルダム清心女子大学

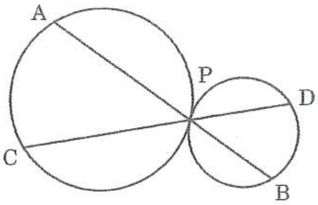
2016年 文系 第3問　　2枚目／2枚

数理 石井K

3 次の設問(1), (2), (3)の中から1つだけ選択して答えなさい.

(1) 数直線上を動く点Pが原点の位置にある. 1枚の硬貨を投げて, 表が出たときはPを正の向きに5だけ進め, 裏が出たときはPを負の向きに4だけ進める. 硬貨を9回投げ終わったとき, Pが原点に戻っている確率を求めなさい. また, 同じく硬貨を9回投げ終わったとき, Pが原点から最も遠くに離れている確率を求めなさい. ただし, 硬貨の表と裏の出る確率は等しいとします.

(2) 点Pで外接する2つの円がある. Pを通る2本の直線が2つの円と図のようにそれぞれA, BおよびC, Dで交わるとき, AC // DBとなることを証明しなさい.



(3) nを自然数とするとき, 対偶を用いて次の命題を証明しなさい.

(i) n^2+1が奇数ならばnは偶数である.

(ii) $n^5+36n+1$が偶数ならばnは奇数である.

(3) (i) 対偶：nが奇数ならば n^2+1 は偶数 を示す.

$n=2k-1$ (k:自然数) とおくと. $n^2+1=(2k-1)^2+1=4k^2-4k+2=2(2k^2-2k+1)$

$2k^2-2k+1$ は整数より. $2(2k^2-2k+1)$ は偶数　∴ n^2+1 は偶数

よって. 対偶が真であるから. 元の命題も真である. ▨

(ii) 対偶：nが偶数ならば. $n^5+36n+1$ は奇数 を示す.

$n=2k$ (k:自然数) とおくと.

$$n^5+36n+1=(2k)^5+36\cdot 2k+1$$
$$=32k^5+72k+1$$
$$=2(16k^5+36k)+1$$

$16k^5+36k$ は整数より. $2(16k^5+36k)+1$ は奇数　∴ $n^5+36n+1$ は奇数

よって. 対偶が真であるから. 元の命題も真である ▨