0001885454118999

神奈川大学

2014年 文系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+2$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ の増減表をかき，極値を求めよ．

(3) $y=f'(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とする．S_1 を求めよ．

(4) $0<k<1$ とする．直線 $y=kx$ と $y=f'(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積を S_2 とする．S_2 を k の式で表せ．

(5) S_2 が S_1 の $\dfrac{1}{8}$ となるときの k の値を求めよ．

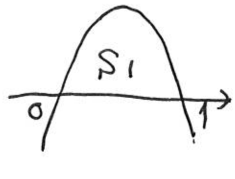
(1) $\underline{f'(x)=-x^2+x}$ //

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{13}{6}$	$\searrow$
		極小		極大	

(2) $f'(x)=-x(x-1)$ より．$f'(x)=0$ となるのは $x=0,1$

∴右の増減表より $\begin{cases} \text{極大値 } \frac{13}{6}\ (x=1) \\ \text{極小値 } 2\ (x=0) \end{cases}$ //

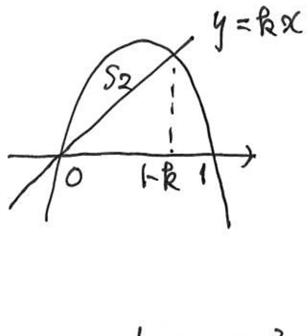
(3)



$S_1=\int_0^1 -x^2+x\,dx$

$=-\int_0^1 (x-1)\cdot x\,dx$

$=\underline{\dfrac{1}{6}}$ //



(4) $-x^2+x-kx=0$ より $x(x-1+k)=0$

∴交点の x 座標は．0，$1-k$．

$\therefore S_2=\int_0^{1-k} -x^2+x-kx\,dx=-\int_0^{1-k} x\cdot(x-1+k)\,dx=\underline{\dfrac{1}{6}(1-k)^3}$ //

(5) $\dfrac{1}{6}(1-k)^3=\dfrac{1}{48}$

$\therefore (1-k)^3=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

$\therefore 1-k=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \underline{k=\dfrac{1}{2}}$ //