



2016年 文系 第2問

2 数列

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n}, \dots$$

を次のような群に分ける.

$$\frac{1}{1} \quad \left| \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{2} \quad \right| \quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3} \quad \left| \quad \dots \quad \right| \quad \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n} \quad \left| \quad \dots \quad \right|$$

第1群 第2群 第3群 第n群

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 第28群に入るすべての項の和を求めよ.
- (2) 第 n 群の最初の数が第何項かを求めよ.
- (3) 第2016項を求めよ.

$$\begin{aligned} (1) \quad S &= \frac{1}{28} + \frac{2}{28} + \dots + \frac{28}{28} \\ &= \frac{1}{28} \cdot (1+2+\dots+28) \\ &= \frac{1}{28} \cdot \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 29 \\ &= \frac{29}{2} \quad \text{〃} \end{aligned}$$

- (2) 第
- k
- 群には
- k
- 項が入っているから, 第
- n
- 群の最初の数は,
- $n \geq 2$
- のとき

$$\sum_{k=1}^{n-1} k + 1 = \frac{1}{2}n(n-1) + 1 \quad \text{番目の項}$$

これは $n=1$ のときも成り立っている.

$$\therefore \text{第 } \frac{1}{2}(n^2 - n + 2) \text{ 項} \quad \text{〃}$$

$$(3) \quad \frac{1}{2}(n^2 - n + 2) \leq 2016 \quad \Leftrightarrow \quad n(n-1) \leq 4030$$

$n(n-1)$ は単調増加で, $63 \cdot 62 = 3906, 64 \cdot 63 = 4032$
 $n \geq 1$ において,

\therefore 第2016項は, 第63群の第63項

$$\therefore \frac{63}{63} \quad \text{〃}$$