

2018年医学部第2問

2 複素数  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  を

$$a_1 = \frac{3+i}{3-i}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n-5}{1-5a_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、

$$b_n = \frac{a_n+1}{a_n-1}i \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

とおく。ただし、 $i$  は虚数単位である。

- (1)  $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ。
- (2)  $b_n$  は実数であることを示せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n + 1|$  を求めよ。
- (4) 複素数平面上において、すべての点  $a_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) は同一円周上にあることを示せ。