



2010年工学部第3問

3 整数  $n = 0, 1, 2, \dots$  に対して,

$$a_n = \int_n^{n+1} \{xe^{-x} - (n+1)e^{-n-1}(x-n)\} dx$$

$$b_n = \int_n^{n+1} \{xe^{-x} - (n+1)e^{-n-1}\} dx$$

とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

- (1)  $a_0, b_0$  を求めよ。
- (2)  $c_n = a_n - b_n$  で定める数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3)  $S_n = \sum_{k=0}^n c_k$  であるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{e^n} = 0$  を用いてよい。