



2012年 第2問

2  $a$  を実数とする.  $xy$  平面上の 2 曲線

$$C_1: y = e^x, \quad C_2: y = -e^{1-x} + a$$

を考える.

$C_1$  上の点  $P(t, e^t)$  ( $t > 0$ ) における  $C_1$  の接線  $l_t$  が,  $C_2$  上の点  $Q(s, -e^{1-s} + a)$  における  $C_2$  の接線にもなっているとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

- (1)  $t$  と  $s$  の関係式を求めよ. また,  $a$  を  $t$  を用いて表せ.
- (2)  $C_1$ ,  $l_t$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_1(t)$  とし,  $C_2$ ,  $l_t$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_2(t)$  とする. ただし,  $Q$  が  $y$  軸上にあるときは  $S_2(t) = 0$  とする.
  - (i)  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$  を  $t$  を用いて表せ.
  - (ii)  $S(t) = S_1(t) + S_2(t)$  とする.  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき,  $t$  の関数  $S(t)$  の最小値を求めよ.