



2010年第4問

4  $a$ を $a > 1$ を満たす定数とする。原点 $O$ と点 $P(1, 0)$ を線分で結び、点 $P$ と点 $Q(a, \log a)$ を曲線 $y = \log x$ で結ぶ。このようにして得られる曲線 $OPQ$ を、 $y$ 軸の周りに1回転させてできる立体の容器を考える。ただし、 $OP$ を含む部分を底面として、水平に置くものとする。次の問いに答えよ。

- (1) この容器の容積 $V$ を $a$ を用いて表せ。
- (2)  $m$ を正の定数とする。この容器に、単位時間あたり $m$ の水を一定の割合で注ぎ入れる。ただし、最初は水が全く入っていない状態とする。注ぎ始めてから時間 $t$  ( $0 < t < \frac{V}{m}$ )が経過したとき、底面から水面までの高さを $h$ 、水面の上昇する速度を $v$ とする。 $h$ および $v$ を $m, t$ を用いて表せ。