



2010年医学部第5問

5  $n$ を2以上の自然数として、階乗  $n!$  を素数の積で表すときに現れる2の個数を  $a_n$  とおく。すなわち  $\frac{n!}{2^{a_n}}$  は奇数である。

- (1)  $\frac{(2n)!}{2^{2n}}$  は奇数であることを示せ。
- (2)  $a_{2n} - a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $n = 2^k$  ( $k$  は自然数) のとき、 $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $a_n < n$  を示せ。
- (5)  $\sqrt[n]{n!}$  は無理数であることを示せ。