

2018年医学部第2問

2 複素数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ を

$$a_1 = \frac{3+i}{3-i}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n - 5}{1 - 5a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、

$$b_n = \frac{a_n + 1}{a_n - 1} i \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) b_n は実数であることを示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n + 1|$ を求めよ。
- (4) 複素数平面上において、すべての点 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は同一円周上にあることを示せ。