

2018年 環境科学部・工学部 第3問

3 各辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、線分OAを2:1に内分する点をD、線分ACの中点をE、線分OBを $\alpha:1-\alpha$ に内分する点をF、線分BCを $\beta:1-\beta$ に内分する点をGとする。ただし、 α 、 β は実数で、 $0 < \alpha < 1$ 、 $0 < \beta < 1$ とする。

- (1) \overrightarrow{DE} と \overrightarrow{DF} を、 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 α を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{DE} と \overrightarrow{DF} が直交するときの α の値を求めよ。また、そのときの $\triangle DEF$ の面積 S を求めよ。
- (3) \overrightarrow{DE} と \overrightarrow{DF} が直交し、かつ点Gが平面DEF上にあるときの β の値を求めよ。