

2011年 第2問

2  $xy$  平面上の曲線  $y = x^2$  を  $C$  とする. 点  $P_0(2, 4)$  における  $C$  の接線が直線  $y = 2$  と交わる点を  $Q_1(a_1, 2)$  とする. 次に, 点  $P_1(a_1, a_1^2)$  における  $C$  の接線が直線  $y = a_1$  と交わる点を  $Q_2(a_2, a_1)$  とする. 以下同様に, 点  $(a_n, a_n^2)$  を  $P_n$  とし,  $P_n$  における  $C$  の接線が  $y = a_n$  と交わる点を  $Q_{n+1}(a_{n+1}, a_n)$  として,  $P_2, Q_3, P_3, Q_4, \dots$  を定める. 次の問いに答えよ.

- (1)  $a_1$  を求めよ.
- (2)  $a_n$  を  $n$  の式で表せ.
- (3) 線分  $P_nQ_{n+1}$ , 線分  $P_{n+1}Q_{n+1}$ , および  $C$  で囲まれる部分の面積を  $n$  の式で表せ.