



2014年理系第2問

2 a, b, c, d は $a + d = 0$, $ad - bc = 1$ をみたす実数とし, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) $A^2 = -E$ を示せ.

(2) p, q は実数で $p^2 + q^2 \neq 0$ をみたすとする. 実数 x, y に対して $(pA + qE)(xA + yE) = E$ が成り立つとき, x, y を p, q で表せ.

(3) θ を実数とする. すべての正の整数 n に対して

$$\{(\cos \theta)E + (\sin \theta)A\}^n = (\cos n\theta)E + (\sin n\theta)A$$

が成り立つことを, 数学的帰納法を用いて証明せよ. ここで, $(\sin \theta)A$ は行列 A の $\sin \theta$ 倍を表す.