

2017年 環境科学部・工学部 第3問

3  $\triangle OAB$ において、 $OA = 3$ ,  $OB = 8$ ,  $AB = 7$ とする. 辺  $AB$ を  $2:1$ に内分する点を  $C$ とする.  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ とおいたとき,  $OA$ ,  $OB$ 上に  $\vec{OP} = p\vec{a}$  ( $0 < p \leq 1$ ),  $\vec{OQ} = q\vec{b}$  ( $0 < q \leq 1$ )を満たす点  $P$ ,  $Q$ がそれぞれある. 点  $D$ は, 線分  $OC$ の中点であるとともに, 線分  $PQ$ を  $t:(1-t)$  ( $0 < t < 1$ )に内分している点でもある.

- (1)  $\angle AOB$ の大きさを求めよ. また,  $\triangle OAB$ の面積  $S_1$ を求めよ.
- (2)  $p$ と  $q$ を  $t$ を用いて表せ.
- (3)  $\triangle OPQ$ の面積  $S_2$ を  $t$ を用いて表せ.
- (4) (3)で求めた  $S_2$ のとり得る値の範囲を求めよ.