

2010年 第2問


 数理解石井

2 3次方程式  $x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$  の解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とするとき、 $(\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma + 20)$  の値を求めよ。

解と係数の関係より。

$$\alpha + \beta + \gamma = -1, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -4, \quad \alpha\beta\gamma = -6$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma + 20 &= (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha) + 20 \\ &= (\alpha + \beta + \gamma) \left\{ (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 3(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) \right\} + 20 \\ &= -1 \cdot \left( (-1)^2 - 3 \cdot (-4) \right) + 20 \\ &= -13 + 20 \\ &= \underline{\underline{7}} \end{aligned}$$