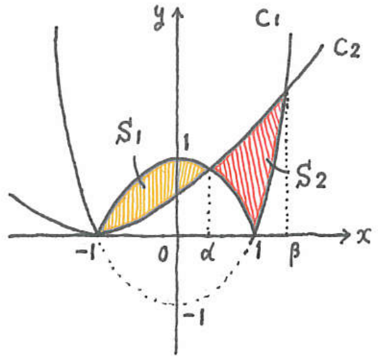
2013年 経済・人間発達科学 第3問　1枚目／2枚

$\boxed{3}$ 2つの曲線 $C_1 : y = |x^2 - 1|$, $C_2 : y = m(x+1)^2$ $(0 < m < 1)$ を考える．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x > 0$ の範囲における C_1 と C_2 の2つの交点の x 座標を α, β $(\alpha < \beta)$ とする．α, β を m を用いて表せ．

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形のうち，$x \leqq \alpha$ を満たす部分の面積を S_1，$x \geqq \alpha$ を満たす部分の面積を S_2 とおく．S_1, S_2 を，m を用いて表せ．

(3) $S_1 = S_2$ のとき m の値を求めよ．



(1) $-1 < x < 1$ において考えると．$x^2 - 1 < 0$ より．

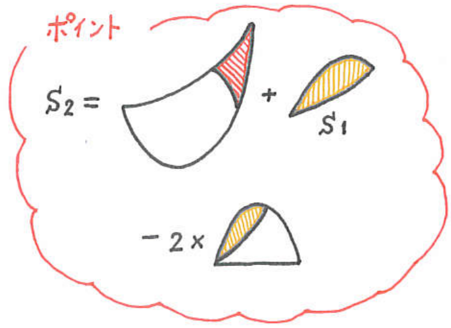
$$|x^2-1| - m(x+1)^2 = 0 \iff -x^2 + 1 - m(x+1)^2 = 0$$
$$\iff (x+1)\{(m+1)x - (1-m)\} = 0$$

$-1 < x$ より，$x = \dfrac{1-m}{m+1}$　$\therefore \alpha = \dfrac{1-m}{m+1}$ //

同様に，$x \geqq 1$ において考えると，$x^2 - 1 \geqq 0$ より，

$$|x^2-1| - m(x+1)^2 = 0 \iff x^2 - 1 - m(x+1)^2 = 0$$
$$\iff (x+1)\{(1-m)x - 1 - m\} = 0$$

$x \geqq 1$ より，$x = \dfrac{m+1}{1-m}$　$\therefore \beta = \dfrac{m+1}{1-m}$ //



これを使わないと S_2 の計算は相当大変になる

(2) $S_1 = \displaystyle\int_{-1}^{\alpha} 1 - x^2 - m(x+1)^2\, dx$

$= -(m+1)\displaystyle\int_{-1}^{\alpha} (x+1)(x-\alpha)\, dx$

$= \dfrac{1}{6}(m+1)(\alpha+1)^3$　$\dfrac{1}{6}$公式

$= \dfrac{4}{3(m+1)^2}$ //

$S_2 = \displaystyle\int_{-1}^{\beta} m(x+1)^2 - (x^2-1)\, dx + \dfrac{4}{3(m+1)^2} - 2\int_{-1}^{1} 1 - x^2\, dx$

$= (m-1)\displaystyle\int_{-1}^{\beta} (x+1)(x-\beta)\, dx + \dfrac{4}{3(m+1)^2} + 2\int_{-1}^{1} (x+1)(x-1)\, dx$

$= (1-m) \cdot \dfrac{1}{6} \cdot (\beta+1)^3 + \dfrac{4}{3(m+1)^2} - 2 \cdot \dfrac{1}{6} \cdot 2^3$

$= \dfrac{4}{3(1-m)^2} + \dfrac{4}{3(1+m)^2} - \dfrac{8}{3}$

$= \dfrac{8m^2(3-m^2)}{3(m+1)^2(m-1)^2}$ //

0001312907868999

富山大学

2013年 経済・人間発達科学 第3問　　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{3}$ 2つの曲線 $C_1 : y = |x^2 - 1|$, $C_2 : y = m(x+1)^2$ $(0 < m < 1)$ を考える．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x > 0$ の範囲における C_1 と C_2 の2つの交点の x 座標を α, β $(\alpha < \beta)$ とする．α, β を m を用いて表せ．

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形のうち，$x \leqq \alpha$ を満たす部分の面積を S_1，$x \geqq \alpha$ を満たす部分の面積を S_2 とおく．S_1, S_2 を，m を用いて表せ．

(3) $S_1 = S_2$ のとき m の値を求めよ．

(3) $S_1 = S_2$ より．

$$\frac{4}{3(m+1)^2} = \frac{8m^2(3-m^2)}{3(m+1)^2(m-1)^2}$$

$$\therefore\ 1 = \frac{2m^2(3-m^2)}{(m-1)^2}$$

$$\therefore\ m^2 - 2m + 1 = 6m^2 - 2m^4$$

$$2m^4 - 5m^2 - 2m + 1 = 0$$

$$(m+1)^2(2m^2 - 4m + 1) = 0$$

$$\therefore\ m = -1,\ \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$0 < m < 1$ より，$\underline{m = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}}$ 〃