



2014年医学部第4問

4 行列  $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$  について、次の問に答えよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

(1)  $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  とするとき、 $P^{-1}AP$  を求めよ。

(2)  $A^n$  を求めよ。

(3) 数列  $\{a_n\}$  を漸化式  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{7a_n - 4}{5a_n - 2}$  で定める。

(i)  $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$  とおくと、 $A^{n+1} = AA^n$  であることと数学的帰納法を用いて  $a_{n+1} = \frac{2p_n + q_n}{2r_n + s_n}$  が成り立つことを示せ。

(ii) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。