

2013年 理系全学部日程 第4問

4  $k$ は定数とし、媒介変数  $t$  を用いて  $x = 2\sin^3 t$ ,  $y = k\cos^3 t$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ) と表される曲線  $S$  を考える。  
次の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{dy}{dx}$  を  $k, t$  を用いて表せ。ただし  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  とする。
- (2) 曲線  $S$  が直線  $x + y = 1$  に第1象限で接しているとき、接点の座標を  $(p, q)$  とする。 $p, q, k$  の値を求めよ。また、そのときの  $t$  の値  $t_0$  を求めよ。
- (3) (2) で定まる  $t_0$  に対し、 $\int_0^{t_0} \cos^4 t dt$ ,  $\int_0^{t_0} \cos^6 t dt$  の値をそれぞれ求めよ。
- (4) (2) で定まる  $p, q, k, t_0$  に対し、 $0 \leq x \leq p$  で曲線  $S$ , 直線  $x + y = 1$  と  $y$  軸で囲まれる図形の面積を求めよ。