0002067632397999

岡山県立大学

2015年 第4問

$\boxed{4}$ 次の不定積分および定積分を求めよ.

(1) $\int \log(x+1)\,dx$

(2) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$

(3) $\int_0^3 \dfrac{|x-1|\cdot|x-2|-x^2}{x+1}\,dx$

(1) $(与式) = \int (x+1)' \log(x+1)\,dx$

$= (x+1)\log(x+1) - \int dx$

$= \underline{(x+1)\log(x+1) - x + C \quad (C\text{は積分定数})}$ //

(2) $x = \sin\theta$ とおいて置換積分する.

$dx = \cos\theta\, d\theta$,

x	$0 \to 1$
θ	$0 \to \frac{\pi}{2}$

$(与式) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 d\theta = \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \underline{\frac{\pi}{4}}$ //

(3) $(与式) = \int_0^1 \dfrac{(1-x)(2-x)-x^2}{x+1}\,dx + \int_1^2 \dfrac{(x-1)(2-x)-x^2}{x+1}\,dx + \int_2^3 \dfrac{(x-1)(x-2)-x^2}{x+1}\,dx$

$= \int_0^1 -3 + \dfrac{5}{x+1}\,dx + \int_1^2 -2x+5-\dfrac{7}{x+1}\,dx + \int_2^3 -3+\dfrac{5}{x+1}\,dx$

$= \left[-3x + 5\log(x+1)\right]_0^1 + \left[-x^2+5x-7\log(x+1)\right]_1^2 + \left[-3x+5\log(x+1)\right]_2^3$

$= -3 + 5\log 2 - 4 + 10 - 7\log 3 + 1 - 5 + 7\log 2 - 9 + 5\log 4 + 6 - 5\log 3$

$= \underline{22\log 2 - 12\log 3 - 4}$ //