

2013年 医学部 第1問

1 以下の各問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の直線  $x + 2y = 6$  上にあつて、点  $(2, -3)$  との距離が最小になる点の座標を求めよ。
- (2) 座標平面上の曲線  $C: x^2 + xy + y^2 = 3$  について、以下の問いに答えよ。
- (i) 原点のまわりの  $45^\circ$  の回転移動によって、 $C$  上の各点に移る曲線の方程式を求めよ。
- (ii) 曲線  $C$  で囲まれた図形のうち、 $y \geq 0$  の領域に含まれる部分の面積を求めよ。
- (3) 座標平面上において、曲線  $C_1: y = x \log x$  ( $x \geq 1$ ) と放物線  $C_2: y = ax^2$  がある点  $P$  を共有し、 $P$  において共通の接線  $\ell$  を持つものとする。
- (i)  $a$  の値を求めよ。
- (ii)  $C_1, C_2$  および  $x$  軸によって囲まれた図形の面積を  $S_1$  とし、 $C_1, \ell$  および  $x$  軸によって囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。 $S_1, S_2$  の値を求めよ。
- (4)  $\triangle ABC$  において、 $\angle A$  と  $\angle B$  の大きさをそれぞれ  $A, B$  で表し、頂点  $A, B, C$  の対辺の長さをそれぞれ  $a, b, c$  で表す。 $\tan \theta = \frac{3}{4}$  になる  $\theta$  ( $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) について、 $\frac{a}{c} \cos(B - \theta) + \frac{b}{c} \cos(A + \theta)$  の値を求めよ。
- (5)  $n$  は自然数とする。導関数の定義にしたがって、関数  $f(x) = x^n$  の導関数を求めよ。
- (6)  $n$  は 2 以上の自然数とする。 $\frac{1}{2^n}$  は、小数第  $(n-1)$  位が 2、小数第  $n$  位が 5 である小数第  $n$  位までの有限小数で表わされることを示せ。