



2012年 理工学部 第4問

4

行列  $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ.

(1)  $A^2$ ,  $A^3$  を求めよ.

(2)  $n$  を自然数とし、 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  とするとき、 $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$  を求めよ.

(3)  $xy$  平面上の点  $P_n$  の座標を、(2) で定めた  $(x_n, y_n)$  とする. 原点  $O$  を中心とし、 $OP_n$  を半径とする円の面積を  $S_n$  とするとき、 $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  を求めよ.

(4) (3) で定めた  $S_n$  について、無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  の和を求めよ.