



2015年 理学部・医学部 第2問

2 関数 $f(x) = nx^2 - 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)x + (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ を考える。ただし、 n は正の整数で、 a_1, a_2, \dots, a_n は実数である。次の問いに答えよ。

- (1) $n = 1$ および $n = 2$ のとき、常に $f(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (2) すべての n に対し、常に $f(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (3) $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 \leq n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ であることを示せ。
- (4) $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 = n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ であれば、 a_1, a_2, \dots, a_n はすべて等しいことを示せ。