



2010年理系第4問

4  $a (a > 0)$  を定数とし、 $f(x) = 2a \log x - (\log x)^2$  とする。関数  $y = f(x)$  のグラフは、 $x$  軸と点  $P_1(x_1, 0)$ 、 $P_2(x_2, 0)$  ( $x_1 < x_2$ ) で交わっている。次の問いに答えよ。

- (1)  $x_1$ 、 $x_2$  の値を求めよ。また、 $y = f(x)$  の最大値と、そのときの  $x$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P_1$ 、 $P_2$  における  $y = f(x)$  の接線をそれぞれ  $l_1$ 、 $l_2$  とする。 $l_1$  と  $l_2$  の交点の  $x$  座標を  $X(a)$  と表すとき、 $\lim_{a \rightarrow \infty} X(a)$  を求めよ。
- (3)  $a = 1$  とするとき、 $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。