2018年 工学部・情報工学部 第1問

$\boxed{1}$ aを正の実数とする．円$C : x^2 + y^2 = 1$と曲線$D : y = ax^2 - 1$について，次に答えよ．

(1) aの値によらず，円Cと曲線Dの両方がつねに通る点の座標を求めよ．

(2) 円Cと曲線Dが(1)で求めた点以外で交点をもつとき，aの範囲を求めよ．

(3) aが(2)で求めた範囲にあるとき，(1)で求めた点以外の円Cと曲線Dの交点の座標をaを用いて表せ．

(4) (3)で求めた交点を通り，x軸と平行な直線をℓとする．直線ℓと曲線Dで囲まれた部分をy軸のまわりに1回転してできる立体の体積Vをaを用いて表せ．

(5) (4)で求めた立体の体積Vの最大値を求めよ．また，そのときのaの値を求めよ．