

2010年教育学部(中等数学)第2問

2 自然数  $N$  は 30 の倍数である.

$$U = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 以上 } N \text{ 以下の奇数}\},$$

$$A = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\},$$

$$B = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\},$$

とし, 集合  $U, A, B, A \cap B$  の要素の個数をそれぞれ  $u_N, a_N, b_N, c_N$  と表す. 次の問いに答えよ.

(1)  $u_N, a_N, b_N, c_N$  を  $N$  を用いて表せ.

(2)  $N$  以下の素数の個数を  $P_N$  とするとき, 不等式  $P_N \leq u_N - a_N - b_N + c_N + 2$  を示せ.

(3) (2) の  $P_N$  について,  $\frac{P_N}{N} \leq \frac{1}{3}$  を示せ.