

2014年人間科学学部(文系)第4問


4  $0 < a < 2$  とする。いま

$$I = \int_a^{a+2} \left( |x^2 - 4| + \frac{1}{6} \right) dx$$

とおくとき

$$I = \frac{\boxed{\text{サ}} a^3 + \boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a + \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}} \text{3}}$$

である。さらに  $I$  は  $a = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  のとき、最小値  $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$   $\sqrt{\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{チ}}}}$  をとる。

$$I = \int_a^2 \left( 4 - x^2 + \frac{1}{6} \right) dx + \int_2^{a+2} \left( x^2 - 4 + \frac{1}{6} \right) dx$$

$$= \left[ \frac{25}{6}x - \frac{x^3}{3} \right]_a^2 + \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{23}{6}x \right]_2^{a+2}$$

$$= \frac{25}{3} - \frac{8}{3} - \frac{25}{6}a + \frac{a^3}{3} + \frac{(a+2)^3}{3} - \frac{23}{6}(a+2) - \frac{8}{3} + \frac{23}{3}$$

$$= \frac{2a^3 + 6a^2 - 12a + 17}{3}$$

〃

$$I' = 2a^2 + 4a - 4$$

$$\therefore I' = 0 \text{ とするのば. } a = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$0 < a < 2 \text{ より. } a = -1 + \sqrt{3}$$

$$\therefore a = -1 + \sqrt{3} \text{ のとき. 最小値 } -4\sqrt{3} + 11$$

〃

$a$	(0)	...	$-1 + \sqrt{3}$	...	(1)
$I'$		-	0	+	
$I$		↓		↑	