



2012年理系第4問

4 $f(x) = 4x(1-x)$ とする. このとき

$$\begin{cases} f_1(x) = f(x), \\ f_{n+1}(x) = f_n(f(x)) \end{cases}$$

によって定まる多項式 $f_n(x)$ について以下の問いに答えよ.

- (1) 方程式 $f_2(x) = 0$ を解け.
- (2) $0 \leq t < 1$ を満たす定数 t に対し, 方程式 $f(x) = t$ の解を $\alpha(t), \beta(t)$ とする. c が $0 \leq c < 1$ かつ $f_n(c) = 0$ を満たすとき, $\alpha(c), \beta(c)$ は $f_{n+1}(x) = 0$ の解であることを示せ.
- (3) $0 \leq x \leq 1$ 範囲での方程式 $f_n(x) = 0$ の異なる解の個数を S_n とする. このとき S_{n+1} を S_n で表し, 一般項 S_n を求めよ.