大阪大学

2014年 理系 第4問

$\boxed{4}$ 半径1の2つの球 S_1 と S_2 が1点で接している．互いに重なる部分のない等しい半径を持つ n 個（$n \geqq 3$）の球 T_1，T_2，…，T_n があり，次の条件（ア），（イ）を満たす．

（ア）T_i は S_1，S_2 にそれぞれ1点で接している（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）．

（イ）T_i は T_{i+1} に1点で接しており（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1$），そして T_n は T_1 に1点で接している．

このとき，以下の問いに答えよ．

(1) T_1，T_2，…，T_n の共通の半径 r_n を求めよ．

(2) S_1 と S_2 の中心を結ぶ直線のまわりに T_1 を回転してできる回転体の体積を V_n とし，T_1，T_2，…，T_n の体積の和を W_n とするとき，極限

$$\lim_{n\to\infty}\frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ．