



2014年 医学部 第1問

1 3つの箱 X, Y, Z と3つの玉 a, b, c があり, 1つの箱には1つの玉が入るとする. 箱 X には a が, 箱 Y には b が, 箱 Z には c が入っている状態から始めて, 次の操作を繰り返す.

「数字 1, 2, 3, 4, 5 の中から無作為に1つの数字 m を選ぶ. $m = 1$ ならば, 箱 Y, Z にある玉をそれぞれ箱 Z, Y に移す. $m = 2$ ならば, 箱 X, Z にある玉をそれぞれ箱 Z, X に移す. $m = 3$ ならば, 箱 X, Y にある玉をそれぞれ箱 Y, X に移す. $m = 4$ ならば, 箱 X, Y, Z にある玉をそれぞれ箱 Y, Z, X に移す. $m = 5$ ならば, 箱 X, Y, Z にある玉をそれぞれ箱 Z, X, Y に移す.」

この操作を n 回繰り返したあとに3つの玉が最初の状態に戻っている確率を p_n とする. 箱 X, Y, Z にそれぞれ玉 x, y, z が入っている状態を (x, y, z) と表す. たとえば, 最初の状態は (a, b, c) である. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 1回目の操作を行ったあとの起こりうる状態をすべて挙げ, p_1, p_2 を求めよ.
- (2) n 回目の操作を行ったあとの状態が最初の状態 (a, b, c) となっていない確率を q_n とする. $n \geq 1$ のとき, $p_{n+1} = \frac{1}{5}q_n$ が成り立つことを示せ.
- (3) p_n を求めよ.