



2015年 医学部 第1問

1 n を自然数とする. 右図のように, 同じ大きさの正方形のマスが 2^n 個描かれた透明なシート K_n を使って次のゲームを行う. まず, 1 から 2^n までの自然数の中から無作為に一つ選ぶ試行を 2 回行い, 1 回目に選ばれた自然数を x_1 , 2 回目に選ばれた自然数を x_2 とする ($x_1 = x_2$ となることもある). このとき, K_n の左から x_1 個目のマスに \bigcirc を記入し, 左から x_2 個目のマスに \times を記入する. 次に, このシートを中央の線 (左右のマス数が等しくなるような縦の線) で折り畳むという操作を繰り返し行い, \bigcirc が書かれたマスと \times が書かれたマスが重なったときゲームを終了する. ゲームが k 回の操作で終了したとき, 得点を k とする. 例えば, $n = 3$, $x_1 = 2$, $x_2 = 6$ のとき右図のようになり, 得点は 2 となる. ただし, \bigcirc , \times が始めから同じマスにある場合は得点を 0 とする. 以上のゲームにおいて k 点を得る確率を $p(n, k)$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $p(n, 1)$ を求めよ. また, $n \geq 2$ のとき, $p(n, 2)$ を求めよ.
- (2) $2 \leq k \leq n$ のとき, $p(n, k)$ を $p(n-1, k-1)$ を用いて表せ.
- (3) $1 \leq k \leq n$ のとき, $p(n, k)$ を求めよ.