2014年 教育・生物資源科学部 第3問

$\boxed{3}$ aを実数とし，$f(x) = x^2 + ax + a + 3$とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 2次方程式$x^2 + ax + a + 3 = 0$が正の実数解のみをもつようなaの値の範囲を求めよ．

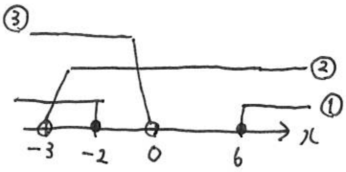
(2) 放物線$y = f(x)$の頂点のy座標を$g(a)$とする．このとき，aが(1)で求めた範囲を動くとき，$g(a)$の最大値を求めよ．

(1) (i) $D \geqq 0$, (ii) $f(0) > 0$ (iii) (軸) > 0 より

(i) $D = a^2 - 4(a+3) = (a+2)(a-6) \geqq 0$ $\quad \therefore a \geqq 6,\ a \leqq -2 \cdots ①$

(ii) $f(0) = a + 3 > 0$ $\quad \therefore a > -3 \cdots ②$

(iii) (軸) は $x = -\dfrac{a}{2} > 0$ $\quad \therefore a < 0 \cdots ③$



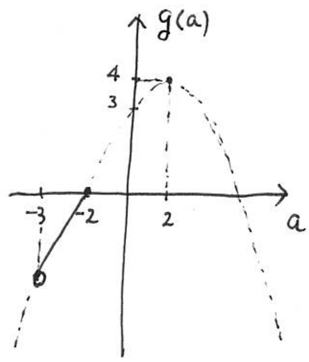
①〜③より， $-3 < a \leqq -2$ //

(2) $f(x) = \left(x + \dfrac{a}{2}\right)^2 - \dfrac{a^2}{4} + a + 3$

$\therefore g(a) = -\dfrac{a^2}{4} + a + 3$

$= -\dfrac{1}{4}(a^2 - 4a) + 3$

$= -\dfrac{1}{4}(a-2)^2 + 4$



$\therefore$ 最大値は $g(-2) = 0$ ($a = -2$のとき) //