島根大学

2016 年 総合理工（数理・情報システム以外） 第 2 問

$\boxed{2}$ a, b, c を定数とする．2 つの関数 $f(x) = (|x-a|-1)^2$, $g(x) = -x^2 + bx + c$ について，次の問いに答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ．

(2) 関数 $f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値が 4 となるような a の値を求めよ．

(3) $a = 1$ のとき，不等式 $f(x) \leqq g(x)$ の解が $-1 \leqq x \leqq 3$ となるような b, c の値を求めよ．

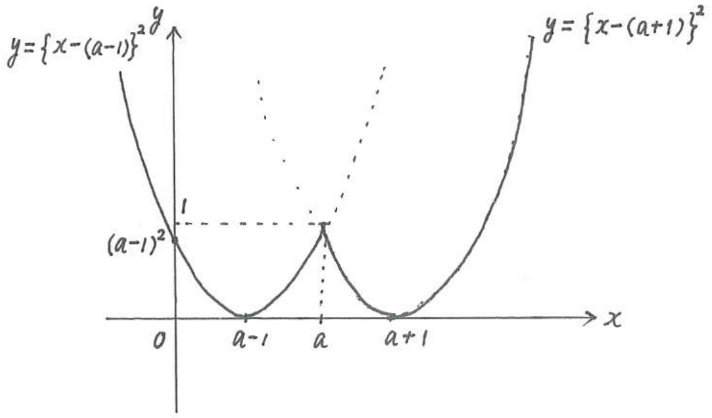
(1) (i) $x \geqq a$ のとき

$$f(x) = (x-a-1)^2 = \{x-(a+1)\}^2$$

(ii) $x < a$ のとき

$$f(x) = (-x+a-1)^2 = (x-a+1)^2 = \{x-(a-1)\}^2$$

(i), (ii) よりグラフは右のようになる．



(2) $f(x) = 4$ となるのは，グラフより $x = a-3,\ a+3$ のとき

よって，$a-3 = 0$ または $a+3 = 4$ $\quad \therefore \underline{a = 1,\ 3}$ //

(3) $a = 1$ のとき，$f(-1) = f(3) = 1$ であるから

右図のようになり，$y = g(x)$ のグラフが

$(-1,\ 1)$, $(3,\ 1)$ を通り，かつ $g(1) \geqq 1$ となればよい

よって，

$$\begin{cases} 1 = -1-b+c & \cdots ① \\ 1 = -9+3b+c & \cdots ② \\ -1+b+c \geqq 1 & \cdots ③ \end{cases}$$

①, ② より，$b = 2$, $c = 4$

このとき ③ はみたされる．

$\therefore \underline{b = 2,\ c = 4}$ //