



2014年理系第2問

2 a を自然数（すなわち 1 以上の整数）の定数とする。白球と赤球があわせて 1 個以上入っている袋 U に対して、次の操作 $(*)$ を考える。

$(*)$ 袋 U から球を 1 個取り出し、

(i) 取り出した球が白球のときは、袋 U の中身が白球 a 個、赤球 1 個となるようにする。

(ii) 取り出した球が赤球のときは、その球を袋 U へ戻すことなく、袋 U の中身はそのままにする。

はじめに袋 U の中に、白球が $a+2$ 個、赤球が 1 個入っているとす。この袋 U に対して操作 $(*)$ を繰り返す。

たとえば、1 回目の操作で白球が出たとすると、袋 U の中身は白球 a 個、赤球 1 個となり、さらに 2 回目の操作で赤球が出たとすると、袋 U の中身は白球 a 個のみとなる。

n 回目に取り出した球が赤球である確率を p_n とす。ただし、袋 U の中の個々の球の取り出される確率は等しいものとする。

(1) p_1, p_2 を求めよ。

(2) $n \geq 3$ に対して p_n を求めよ。

(3) $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m p_n$ を求めよ。