



2010年文系第4問

4  $a$  を正の実数とする. 放物線  $P: y = x^2$  上の点  $A(a, a^2)$  における接線を  $l_1$  とし, 点  $A$  を通り  $l_1$  と直交する直線を  $l_2$  とする. また,  $l_2$  と放物線  $P$  との交点のうち  $A$  ではない方を  $B(b, b^2)$  とする. さらに, 点  $B$  を通り  $l_1$  に平行な直線を  $l_3$  とし,  $l_3$  と放物線  $P$  との交点のうち  $B$  ではない方を  $C(c, c^2)$  とする.

(1)  $b + c = 2a$  であることを示せ.

(2) 放物線  $P$  と  $l_3$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする.  $S$  を  $a$  を用いて表し,  $S$  が最小になるときの  $S$  と  $a$  の値を求めよ.