0001959900408999

星薬科大学

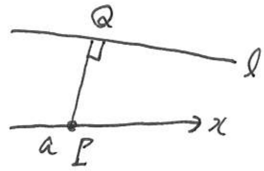
2014 年 薬学部 第 6 問

数理 石井K

$\boxed{6}$ 空間内の 2 点 $(-1,\ 3,\ -2)$, $(-3,\ 2,\ -1)$ を通る直線 ℓ がある．x 軸上の点 P と ℓ 上の点 Q との距離が最小になるときの P の座標は $(-\boxed{55},\ 0,\ 0)$，Q の座標は $\left(-\boxed{56},\ \dfrac{\boxed{57}}{\boxed{58}},\ \dfrac{\boxed{59}}{\boxed{60}}\right)$ であり，その距離の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{61}}}{\boxed{62}}$ である．

6　6　1　2　1　2　2　2

$A(-1,3,-2)$, $B(-3,2,-1)$ とおくと．点 Q は 直線 AB 上にあるので



$\overrightarrow{OQ} = s\cdot\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB}$

$= (-s-3(1-s),\ 3s+2(1-s),\ -2s-(1-s))$

$= (2s-3,\ s+2,\ -s-1)$

$\therefore$ $P(a,0,0)$ とおくと，$\overrightarrow{PQ} = (2s-3-a,\ s+2,\ -s-1)$

距離が最小 より．$PQ \perp AB$　$\therefore \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$

$\therefore (2s-3-a,\ s+2,\ -s-1)\cdot(-2,-1,1) = 0$

$\therefore -4s+6+2a-s-2-s-1 = 0$　　$\therefore a = \dfrac{6s-3}{2}$

このとき，$|\overrightarrow{PQ}|^2 = (2s-3-3s+\frac{3}{2})^2 + (s+2)^2 + (-s-1)^2$

$= s^2+3s+\frac{9}{4} + s^2+4s+4+s^2+2s+1$

$= 3s^2+9s+\frac{29}{4}$

$= 3(s+\frac{3}{2})^2 + \frac{1}{2}$　　$\therefore$ 最小となるのは $s=-\frac{3}{2}$ のとき．$\frac{1}{2}$

$\therefore a = \dfrac{6\cdot(-\frac{3}{2})-3}{2} = -6$　　$\therefore$ $P(-6,0,0)$ //　$Q(-6,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ //

最小値は $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ //