

2011年理系第4問

4 次の問いに答えよ。

(1) 自然数 n に対して、 $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$ とする。このとき数学的帰納法により、

$$s_n = \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n}$$

であることを示せ。

(2) $a_1 = 0$, $a_2 = 1$ とし、自然数 n に対して、 $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = n + 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について以下の問いに答えよ。

(i) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とするとき、数列 $\{b_n\}$ が満たす漸化式を求めよ。

(ii) b_n を (1) で与えた s_n を用いて表せ。

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。