

2016年 商学部 第4問

4 3つの袋 A, B, Cがある. 袋 Aには, 1から7までの番号が書かれた玉がそれぞれ2個ずつ, 計14個入っている. また, 袋 B, 袋 Cには何も入っていない. 以下, 番号  $i$  が書かれた玉を「玉  $i$ 」と呼ぶことにする.

袋 A から無作為に玉を1個取り出して袋 Bに入れる. ここで袋 Bに入れられた玉を玉  $i$  とするとき, 玉  $i-1$ , 玉  $i$ , 玉  $i+1$  のうち袋 Aに入っているものをそれぞれ1個ずつ取り出して袋 Cに入れる. この一連の操作を繰り返す.

例えば, 1回目の操作の最初に玉7が袋 Bに入れられたとする. このとき, 袋 Aには玉6と玉7は入っているが, 玉8は入っていないので, 玉6と玉7が1個ずつ袋 Aから袋 Cに移される. 以上で1回目の操作が終わり, 袋 Aに玉1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6の計11個が入った状態で2回目の操作を始める.

(1) 1回目の操作で玉4が袋 Bに入れられたとき, 2回目の操作で玉5が袋 Bに入れられる確率は  $\frac{\boxed{43}}{\boxed{44} \mid \boxed{45}}$  である.

(2) 1回目の操作で玉2が袋 Bに入れられ, かつ2回目の操作で玉1が袋 Bに入れられる確率は  $\frac{\boxed{46}}{\boxed{47} \mid \boxed{48}}$  である.

$1 \leq i < j \leq 7$  を満たす整数  $i, j$  に対し, 2回の操作を行った後に袋 Bに玉  $i$  と玉  $j$  が入っている事象を  $B_{i,j}$  とし, 事象  $B_{i,j}$  の確率を  $P(B_{i,j})$  で表す.

(3)  $P(B_{1,2}) = \frac{1}{7} \times \frac{\boxed{49}}{11} + \frac{1}{7} \times \frac{\boxed{50}}{10} = \frac{\boxed{51}}{110}$  である. 同様に,

$$P(B_{1,3}) = \frac{\boxed{52}}{\boxed{53} \mid \boxed{54}}, \quad P(B_{1,7}) = \frac{\boxed{55}}{\boxed{56} \mid \boxed{57}},$$

$$P(B_{2,3}) = \frac{\boxed{58}}{\boxed{59} \mid \boxed{60}}, \quad P(B_{2,4}) = \frac{\boxed{61}}{\boxed{62} \mid \boxed{63}}$$

である.

(4)  ${}^7C_2$  個の事象  $B_{1,2}, B_{1,3}, \dots, B_{6,7}$  のうち, 起こる確率が  $P(B_{1,2})$  であるものは  $\boxed{64}$  個,  $P(B_{1,3})$  であるものは  $\boxed{65}$  個,  $P(B_{1,7})$  であるものは  $\boxed{66}$  個,  $P(B_{2,3})$  であるものは  $\boxed{67}$  個,  $P(B_{2,4})$  であるものは  $\boxed{68}$  個である.

(5) 3回の操作の後, 袋 Bに入っている玉の番号が全て偶数となる確率は  $\frac{\boxed{69}}{\boxed{70} \mid \boxed{71}}$  である.