0001801188918999

東北工業大学

2014年 工・ライフデザイン 第2問

$\boxed{2}$ 三角形ABCにおいて，3つの角の大きさの比 $A:B:C$ が $2:3:7$ であるとする．また，頂点Cから辺ABにおろした垂線と辺ABとの交点をDとしたとき $\mathrm{BD}=\sqrt{10}$ である．

(1) $\mathrm{BC}=2\sqrt{\boxed{サ}\boxed{シ}}$，$\mathrm{AD}=\sqrt{\boxed{ス}\boxed{セ}}$ である．　5　3 0

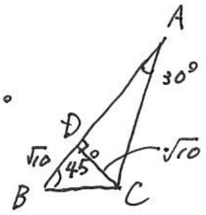
(2) 三角形ABCの面積は $5+5\sqrt{\boxed{ソ}\boxed{タ}}$ である．　3

(3) 三角形ABCが内接する円の面積は $\boxed{チ}\boxed{ツ}\pi$ である．ただし，π は円周率を表す．　2 0

(4) $\cos C=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{\boxed{テ}\boxed{ト}}}{4}$ である．　6

(1) $A+B+C=180°$ より．

$A=180°\times\dfrac{2}{12}=30°$，$B=180°\times\dfrac{3}{12}=45°$．$C=105°$



$\triangle BCD$ は直角二等辺三角形なので，$BC=\sqrt{10}\times\sqrt{2}=\underline{2\sqrt{5}}$ //

$\angle ACD=60°$ より．$AD=\sqrt{10}\cdot\sqrt{3}=\underline{\sqrt{30}}$ //

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin 45°=\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{30}+\sqrt{10})\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\underline{5+5\sqrt{3}}$ //

(3) 円の半径をRとおくと，正弦定理より．

$\dfrac{BC}{\sin 30°}=2R$　$\therefore R=2\sqrt{5}$　$\therefore \pi(2\sqrt{5})^2=\underline{20\pi}$ //

(4) 余弦定理より．

$AB^2=BC^2+AC^2-2\cdot BC\cdot AC\cdot\cos C$

$\therefore(\sqrt{10}+\sqrt{30})^2=(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{10})^2-2\cdot 2\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{10}\cdot\cos C$

$\therefore 40+2\sqrt{300}=20+40-8\cdot\sqrt{50}\cos C$

$\therefore \cos C=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\underline{\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$ //