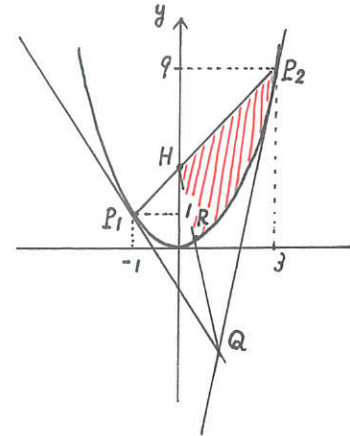


2016年 経済学部 第2問

2 曲線 $C: y = x^2$ と、 C 上の点 $P_1(-1, 1)$ と $P_2(3, 9)$ を考える。線分 P_1P_2 を $1:3$ に内分する点を H 、 P_1 における接線と P_2 における接線の交点を Q 、線分 HQ と曲線 C との交点を R とする。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 点 H の座標を求めよ。
- (2) 点 Q の座標を求めよ。
- (3) 直線 HQ の方程式を求めよ。
- (4) 点 R の座標を求めよ。
- (5) 線分 P_2H と線分 HR と曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ。

$$(1) \left(\frac{1 \cdot 3 + 3 \cdot (-1)}{1+3}, \frac{1 \cdot 9 + 3 \cdot 1}{1+3} \right) = \underline{(0, 3)} //$$

$$(2) y' = 2x \text{ より}$$

$$\text{点 } P_1 \text{ における接線は } y = -2(x+1)+1 \quad \therefore y = -2x-1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{点 } P_2 \text{ における接線は } y = 6(x-3)+9 \quad \therefore y = 6x-9 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立して } x=1, y=-3 \text{ より } \underline{(1, -3)} //$$

$$(3) \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } y = \frac{-3-3}{1-0}x+3 \quad \therefore \underline{y = -6x+3} //$$

$$(4) x^2 - (-6x+3) = 0 \iff x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -3 \pm 2\sqrt{3}$$

点 R の x 座標は、 H の x 座標と Q の x 座標の間にあるから

$$0 < x < 1 \text{ より } x = -3 + 2\sqrt{3} \quad \text{このとき } y = -6(-3+2\sqrt{3})+3 = 21-12\sqrt{3}$$

$$\therefore \underline{R(-3+2\sqrt{3}, 21-12\sqrt{3})} //$$

$$(5) S = \int_0^{-3+2\sqrt{3}} \underbrace{2x+3}_{\text{直線 } P_1P_2} - \underbrace{(-6x+3)}_{\text{直線 } HQ} dx + \int_{-3+2\sqrt{3}}^3 2x+3 - x^2 dx$$

$$= \left[4x^2 \right]_0^{-3+2\sqrt{3}} + \left[x^2 + 3x - \frac{x^3}{3} \right]_{-3+2\sqrt{3}}^3$$

$$= 4(-3+2\sqrt{3})^2 + 9 + 9 - 9 - (-3+2\sqrt{3})^2 - 3(-3+2\sqrt{3}) + \frac{1}{3}(-3+2\sqrt{3})^3$$

$$= \underline{36 - 16\sqrt{3}} //$$