

2012年第2問

2 平面上のベクトル  $\vec{a}_n, \vec{b}_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を,  $\vec{a}_1 = (4, 0), \vec{b}_1 = (0, 4)$  と関係式

$$\vec{a}_{n+1} = \frac{3\vec{a}_n + \vec{b}_n}{4}, \quad \vec{b}_{n+1} = \frac{\vec{a}_n - 3\vec{b}_n}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. さらに原点を  $O$  とし,  $\vec{a}_n = \overrightarrow{OA_n}, \vec{b}_n = \overrightarrow{OB_n}$  とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $\vec{a}_2, \vec{b}_2$  を求めよ.
- (2)  $\vec{a}_{n+2}$  を  $\vec{a}_n$  で表せ.
- (3)  $\triangle OA_n B_n$  の面積を  $S_n$  とするとき,  $\frac{S_{n+1}}{S_n}$  の値を求めよ.
- (4)  $S_1 + S_2 + \dots + S_n > 21$  をみたす最小の自然数  $n$  を求めよ. ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする.