北海道薬科大学

2013年 薬学部 第4問

数理 石井K

4 関数 $f(x) = 2\cos^3 x - 8\sin x\cos x - 2\sin^3 x + 6 \ \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$ について，次の設問に答えよ．

(1) $\cos x - \sin x$ の最小値は $\boxed{アイ}$ (-1) であり，最大値は $\boxed{ウ}$ (1) である．

(2) $f(x)$ を $t = \cos x - \sin x$ で表した関数を $g(t)$ とおくと

$$g(t) = \boxed{エ}\,t^3 + \boxed{オ}\,t^2 + \boxed{カ}\,t + \boxed{キ}$$

(エ: −, オ: 4, カ: 3, キ: 2)

である．

(3) $f(x)$ の最大値は $\boxed{ク}$ (8)，最小値は $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}$ ($\frac{40}{27}$) である．

(1) $-\sin x + \cos x = -\sqrt{2}\left(\sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$= -\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ より．$-\frac{\pi}{4} \leqq x - \frac{\pi}{4} \leqq \frac{\pi}{4}$　$\therefore -\frac{1}{\sqrt{2}} \leqq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leqq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ 最小値は $-1 \ (x = \frac{\pi}{2})$，最大値は $1 \ (x = 0)$ //

(2) $f(x) = 2(\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \cos x\sin x + \sin^2 x) - 8\sin x\cos x + 6$

ここで，$-\sin x + \cos x = t$ を2乗して．$1 - 2\sin x\cos x = t^2$

$\therefore \sin x\cos x = \frac{1-t^2}{2}$

$\therefore g(t) = 2t\left(1 + \frac{1-t^2}{2}\right) - 8 \cdot \frac{1-t^2}{2} + 6$

$\therefore g(t) = -t^3 + 4t^2 + 3t + 2$ //

(3) $g'(t) = -3t^2 + 8t + 3$

$= -(t-3)(3t+1)$

t	-1	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$	1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	4	↘	$\frac{40}{27}$	↗	8

極小

$\therefore f(x)$ の最大値は 8 ($x = 0$ のとき) //

最小値は $\frac{40}{27}$ //